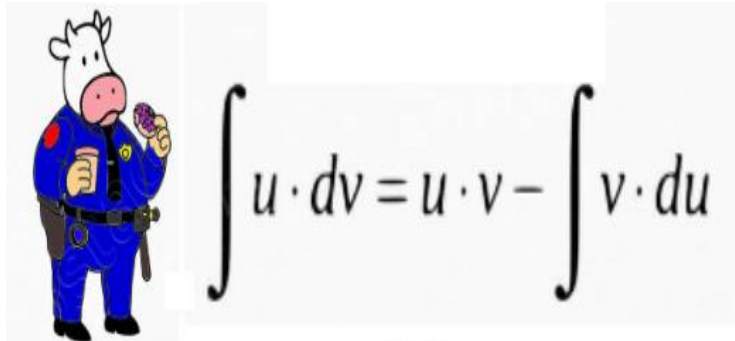




M2 – EJERCICIOS 4° MEDIO

2025



1 DE MARZO DE 2025
COLEGIO SAN IGNACIO DE LA SSALLE
Sede parcela

Contenidos

EJE NÚMEROS	2
EJE ÁLGEBRA Y FUNCIONES	9
EJE GEOMETRÍA	19
EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	28
SUFICIENCIA DE DATOS	34

EJE NÚMEROS

- 1) El nivel de colesterol para las personas se presenta en la tabla adjunta.

Categoría	Nivel de colesterol total
Deseable	Hasta $200 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$
Riesgo bajo	Mayor que $200 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$ hasta $240 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$
Riesgo alto	Mayor que $240 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$

Rodrigo presenta un colesterol de $255 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$ y su doctor le deja dos recetas:

La primera receta es para que tome un medicamento que reduce el nivel de colesterol en $2,5 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$ diarios, pero que solo debe tomar mientras presente un riesgo alto.

La segunda receta indica un medicamento que reduce su nivel de colesterol en $0,8 \frac{\text{mg}}{\text{dL}}$ diarios, pero que solo debe tomar mientras presente un riesgo bajo.

Si Rodrigo sigue el tratamiento indicado por el doctor, ¿cuál de las siguientes expresiones numéricas permite determinar la duración del tratamiento, en días, para que el nivel de colesterol de Rodrigo llegue a ser deseable?

- A) $\frac{2,5(255 - 240) + 0,8(240 - 200)}{2,5 + 0,8}$
- B) $\frac{255 - 200}{2,5 + 0,8}$
- C) $\frac{255}{2,5} + \frac{240}{0,8}$
- D) $\frac{255 - 240}{240 - 200} \cdot \frac{2,5}{0,8}$
- E) $\frac{255 - 240}{2,5} + \frac{240 - 200}{0,8}$

- 2) Considera la igualdad $P = \frac{n-1}{n+1}$, con n un número entero.

¿Para cuántos valores distintos de n se cumple que P es un número entero?

- A) Solo para un valor.
- B) Solo para dos valores.
- C) Solo para cuatro valores.
- D) Solo para cinco valores.

- 3) Considera un cuadrado A de lado p cm y un cuadrado B cuyo lado tiene medida igual a la medida de la diagonal del cuadrado A.

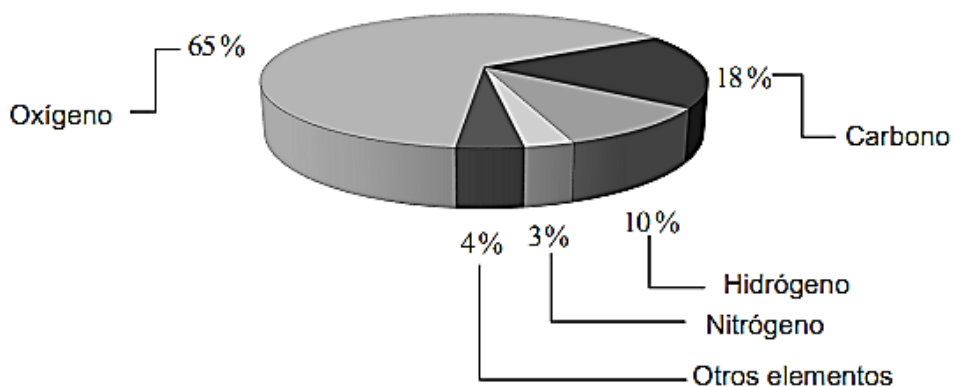
¿Para cuál de los siguientes valores de p , en cm, la suma de las medidas de las diagonales de los cuadrados A y B es un número racional?

- A) $\sqrt{2}$
- B) $2 - \sqrt{2}$
- C) $2 + \sqrt{2}$
- D) $\sqrt{2} - 2$

- 4) ¿Cuál es el valor de $\sqrt{2\sqrt[3]{5}} + \sqrt[3]{2\sqrt{10}}$?

- A) $\sqrt[6]{10} + \sqrt[6]{20}$
- B) $\sqrt[6]{80}$
- C) $2\sqrt[3]{40}$
- D) $\sqrt[6]{30} + \sqrt[6]{40}$
- E) $2\sqrt[6]{40}$

5) En el gráfico adjunto se presenta la composición elemental del cuerpo humano.



Tal como en el ser humano, los cuatro elementos más abundantes en el resto de los organismos vivos son el Carbono, Hidrógeno, Oxígeno y Nitrógeno, y para recordar estos cuatro elementos es usual usar el acrónimo nemotécnico CHON.

¿Qué porcentaje de los elementos CHON en el cuerpo humano corresponde a Oxígeno?

- A) $\frac{65}{100} \cdot 100 \%$
- B) $\frac{65}{32 \cdot 100} \%$
- C) $\frac{65}{96} \cdot 100 \%$
- D) $\frac{65}{4 \cdot 100} \%$

6) Considera los números reales a y b , ambos distintos de cero.

¿Cuál de las siguientes relaciones permite asegurar que $\sqrt{(a - b)^2} = a - b$?

- A) $\sqrt{(a + b)^2} = a + b$
- B) $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = a - b$
- C) $a - b > 0$
- D) $a - b < 0$

7) ¿Cuál es el valor de $\sqrt[6]{4} \cdot \sqrt[3]{5}$?

- A) $\sqrt[3]{10}$
- B) $\sqrt[2]{20}$
- C) $\sqrt[2]{10}$
- D) $\sqrt[18]{20}$

8) ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $5^x \cdot 2^{x+y}$?

- A) $10^x \cdot 2^y$
- B) $10^{2x} \cdot 2^y$
- C) 10^{2x+y}
- D) 10^{x^2+xy}

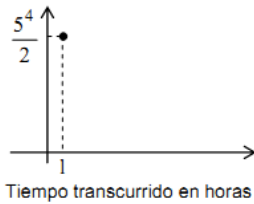
- 9) Una sustancia radiactiva se desintegra de tal forma que después de una hora queda la mitad de la masa inicial.

En la tabla adjunta se registra la masa de sustancia en las primeras cuatro horas de observación.

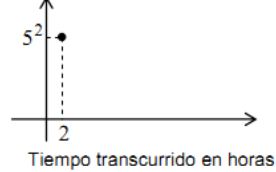
Tiempo transcurrido (horas)	Masa de sustancia (gramos)
1	$2,5 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1$
2	$2,5 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$
3	$2,5 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$
4	$2,5 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$

¿Cuál de los siguientes puntos está correctamente graficado en los ejes coordenados?

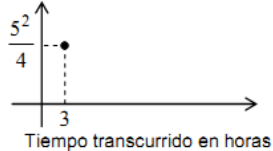
A) Masa de sustancia en gramos



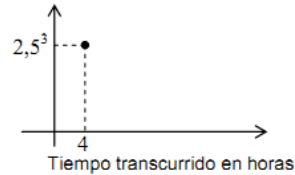
B) Masa de sustancia en gramos



C) Masa de sustancia en gramos



D) Masa de sustancia en gramos



- 10) ¿Cuál es el valor de $\log_3 0,1$?

- A) $\frac{1}{2}$
 B) 2
 C) $\frac{-1}{\log 3}$
 D) -1
 E) -2

- 11) En la siguiente tabla se presentan los valores aproximados de $\log N$ para algunos números N :

N	$\log N$	N	$\log N$
1	0	6	0,778
2	0,301	7	0,845
3	0,477	8	0,903
4	0,602	9	0,954
5	0,699	10	1

Considerando los valores de la tabla, ¿cuál es el valor de $\log 35000$?

- A) $0,699 \cdot 0,845 \cdot 3$
 B) $0,699 \cdot 0,845 \cdot 1$
 C) $0,699 + 0,845 + 3$
 D) $0,699 + 0,845 + 1$

12) Si p , b y c son números reales mayores que 1 tal que $\log_p b = c$, ¿cuál de las

siguientes expresiones es igual a $\log_p \left(\frac{1}{b} \right) + \log_{\frac{1}{p}} b$?

A) $-2c$

B) $2c$

C) $\frac{2}{c}$

D) $-c + \frac{1}{c}$

13) Bajo condiciones especiales, la población de cierto tipo de bacterias se triplica cada 10 días.

En esas condiciones, si una colonia de este tipo tiene inicialmente $8 \cdot 10^5$ bacterias, ¿cuál será su población de bacterias al término de 50 días?

A) $8 \cdot 30^5$

B) $8 \cdot 10^5 \cdot 3^{50}$

C) $15 \cdot 8 \cdot 10^5$

D) $150 \cdot 8 \cdot 10^5$

14) Si $p = 7^{46} - 7^{44}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a p ?

A) Es un número impar.

B) Es un número primo.

C) Es un múltiplo de 13.

D) Es un múltiplo de 21.

15) Un banco garantiza una tasa de interés trimestral de 2,5% para los depósitos a plazo. La función que modela el capital final que tendrá una persona luego de depositar es:

$$C = M(1 + N)^n$$

en la que M corresponde al capital inicial, N es la tasa de interés expresada como decimal y n es la cantidad de trimestres que se mantiene el dinero en el banco.

Si una persona hace un solo depósito inicial de \$2500 000 en ese banco, ¿cuál es la expresión que representa el capital final que tendrá esta persona después de 2 años?

A) $\$2500\,000 \cdot (1,25)^8$

B) $\$2500\,000 \cdot (1,025)^8$

C) $\$2500\,000 \cdot (1,25^8 - 1)$

D) $\$2500\,000 \cdot (1,025^8 - 1)$

- 16) El sueldo líquido es el monto total que recibe una persona que trabaja, luego de descontar del total de haberes, las cotizaciones obligatorias y voluntarias del sueldo total imponible.

Considera la siguiente liquidación de sueldo de una persona:

LIQUIDACIÓN DE SUELDO																															
DATOS DEL(A) TRABAJADOR(A)																															
RUT: 1* ***-***-8																															
NOMBRE: ****a ****r ****s																															
Período de Remuneración: 31 días	Mes: Enero Año: 2022																														
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Haberes del Trabajador</th> <th>Valor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sueldo Base</td> <td>\$700 000</td> </tr> <tr> <td>Horas Extras</td> <td>\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Aguinaldo</td> <td>\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Sueldo total imponible</td> <td>\$800 000</td> </tr> <tr> <td>Bono de la empresa</td> <td>\$100 000</td> </tr> <tr> <td>Movilización</td> <td>\$50 000</td> </tr> <tr> <td>Sueldo total no Imponible</td> <td>\$150 000</td> </tr> <tr> <td>Total de Haberes</td> <td>\$950 000</td> </tr> </tbody> </table>	Haberes del Trabajador	Valor	Sueldo Base	\$700 000	Horas Extras	\$50 000	Aguinaldo	\$50 000	Sueldo total imponible	\$800 000	Bono de la empresa	\$100 000	Movilización	\$50 000	Sueldo total no Imponible	\$150 000	Total de Haberes	\$950 000	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">DESCUENTOS</th> </tr> <tr> <th>SUELDO IMPONIBLE</th> <th>Valor</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cotización Previsional AFP (10 %)</td> <td>\$80 000</td> </tr> <tr> <td>Cotización Salud (7 %)</td> <td>\$56 000</td> </tr> <tr> <td>Cotización Voluntaria (a %)</td> <td>X</td> </tr> <tr> <td>TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES</td> <td>Y</td> </tr> </tbody> </table>	DESCUENTOS		SUELDO IMPONIBLE	Valor	Cotización Previsional AFP (10 %)	\$80 000	Cotización Salud (7 %)	\$56 000	Cotización Voluntaria (a %)	X	TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES	Y
Haberes del Trabajador	Valor																														
Sueldo Base	\$700 000																														
Horas Extras	\$50 000																														
Aguinaldo	\$50 000																														
Sueldo total imponible	\$800 000																														
Bono de la empresa	\$100 000																														
Movilización	\$50 000																														
Sueldo total no Imponible	\$150 000																														
Total de Haberes	\$950 000																														
DESCUENTOS																															
SUELDO IMPONIBLE	Valor																														
Cotización Previsional AFP (10 %)	\$80 000																														
Cotización Salud (7 %)	\$56 000																														
Cotización Voluntaria (a %)	X																														
TOTAL DESCUENTOS PREVISIONALES	Y																														
DETALLE DE REMUNERACIÓN																															
SUELDO LIQUIDO A PAGAR SZ																															

¿Cuál es la expresión que representa el sueldo líquido de esta persona en función del número "a" del porcentaje de cotización voluntaria, en pesos?

- A) $950\,000 \cdot \left(1 - \frac{17 + a}{100}\right)$
- B) $950\,000 \cdot \left(\frac{1 - (17 + a)}{100}\right)$
- C) $800\,000 \cdot \left(1 - \frac{17 + a}{100}\right) + 150\,000$
- D) $800\,000 \cdot \left(\frac{1 - (17 + a)}{100}\right) + 150\,000$

- 17) Considera la igualdad $p \cdot 10^n = \frac{3600}{0,0003}$.

¿Cuál es el valor de n si $p = 1,2$?

- A) 7
- B) 6
- C) 0
- D) -1
- E) -2

- 18) Considera los números irracionales P y Q y el número racional R.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** un número irracional?

- A) $P + Q$
- B) $R(P + Q)$
- C) $\sqrt{P + Q}$
- D) $P + R$
- E) $\frac{Q + R}{P}$

- 19) Se necesita un modelo que permita trabajar con los decimales que se requieran de un número. Esto se consigue mediante la función T_n la que entrega el número x truncado en el n -ésimo decimal, tal como se ejemplifica en la siguiente tabla:

$T_0(\underline{4},56891921) = 4$
$T_1(4,\underline{5}6891921) = 4,5$
$T_4(4,568\underline{9}1921) = 4,5689$
$T_7(4,56891\underline{9}21) = 4,5689192$

Si $T_{10}(\pi) = 3,1415926535$, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a 2 ?

- A) $10^7 \cdot (T_7(\pi) - T_6(\pi))$
 B) $10 \cdot (T_1(\pi) - T_0(\pi))$
 C) $10^6 \cdot (T_6(\pi) - T_5(\pi))$
 D) $10^5 \cdot (T_5(\pi) - T_4(\pi))$

- 20) La media geométrica de 5 números es la raíz quinta del producto de los números.

¿Cuál es la media geométrica de los números a , $2a$, $4a$, $8a$ y $16a$, con $a > 0$?

- A) $\frac{1}{\sqrt[5]{2^{10}a^5}}$
 B) $2 \cdot \sqrt[5]{a}$
 C) $a \cdot \sqrt[5]{2^{10}}$
 D) $\frac{1}{\sqrt[5]{2^{10}a}}$

- 21) Considera el número real positivo p .

¿Cuál de las siguientes expresiones equivale a $\sqrt{24p} + 3 \cdot \sqrt{150p}$?

- A) $3 \cdot \sqrt{174p}$
 B) $\sqrt{522p}$
 C) $\sqrt{1374p}$
 D) $17 \cdot \sqrt{6p}$

- 22) ¿Cuál es el valor de $\log_3 9 \cdot \log_8 2$?

- A) 6
 B) $\frac{2}{3}$
 C) $\log_{11} 18$
 D) $\log_{24} 18$

23) En un laboratorio se cultivan bacterias que se triplican en cada día transcurrido.

Si el experimento comienza con una cantidad de p bacterias y el comportamiento de estas se mantiene en el tiempo, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Al término del segundo día la cantidad de bacterias será 6 veces más que la cantidad inicial.
- B) Al término del tercer día la cantidad de bacterias aumenta en 27 unidades.
- C) La cantidad de bacterias al término del cuarto día será de $81p$.
- D) La cantidad de bacterias al término del quinto día será de $(3p)^5$.

24) p y b son números reales que cumplen la condición $0 < p < b$.

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $\log \sqrt{b^2 - p^2}$?

- A) $\log(b - p)$
- B) $\log b - \log p$
- C) $\log\left(\frac{b}{p}\right)$
- D) $\frac{\log b^2 - \log p^2}{2}$
- E) $\frac{\log(p + b) + \log(b - p)}{2}$

25) Si $\log_m p = 3$, ¿cuál es el valor de $\log_p (mp^2)$?

- A) $\frac{8}{3}$
- B) $\frac{7}{3}$
- C) $\frac{2}{3}$
- D) $\frac{1}{5}$

26) El nivel de intensidad acústica medido en decibelios (dB) se puede calcular

mediante la expresión $B_{dB} = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$, en la que I es la intensidad acústica en la

escala lineal medida en $\frac{W}{m^2}$ e I_0 es la intensidad acústica más baja que puede

percibir el oído humano cuyo valor es $10^{-12} \frac{W}{m^2}$.

Si la conversación entre dos personas tiene una intensidad acústica en la escala

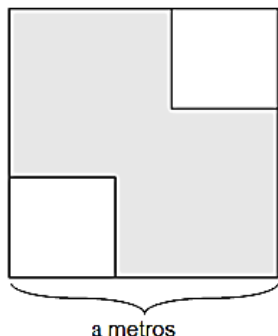
lineal de $10^{-7} \frac{W}{m^2}$, ¿cuál es el nivel de intensidad acústica de esa conversación,

en dB?

- A) $10 \cdot \log \frac{7}{12}$
- B) 50
- C) -50
- D) $-10 \cdot \log \frac{7}{12}$

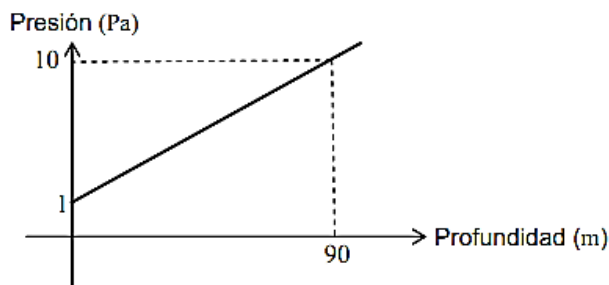
EJE ÁLGEBRA Y FUNCIONES

- 1) Considera la figura adjunta formada por tres cuadrados, uno de lado a metros y otros dos de área p^2 metros cuadrados, cada uno.



¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de la zona gris en metros cuadrados?

- A) $(a - 2p)(a + 2p)$
 B) $(a - \sqrt{2}p)(a + \sqrt{2}p)$
 C) $2(a - p)^2$
 D) $(a - 2p)^2$
- 2) Considera la siguiente gráfica que corresponde a la función que modela la relación lineal entre la profundidad t , en metros, de un objeto sumergido y la presión que el agua ejerce sobre este.

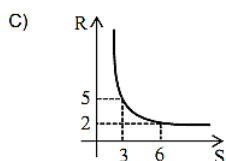


¿Cuál de las siguientes funciones modela la presión, en Pa, que el agua ejerce sobre el objeto, respecto de t , en metros?

- A) $f(t) = 90 \cdot t$
 B) $g(t) = 10 \cdot t + 1$
 C) $h(t) = 0,1 \cdot t$
 D) $n(t) = 0,1 \cdot t + 1$
- 3) ¿En cuál de las siguientes representaciones las variables son inversamente proporcionales?

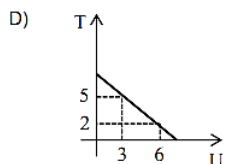
A)

M	N
5	8
10	4
20	2



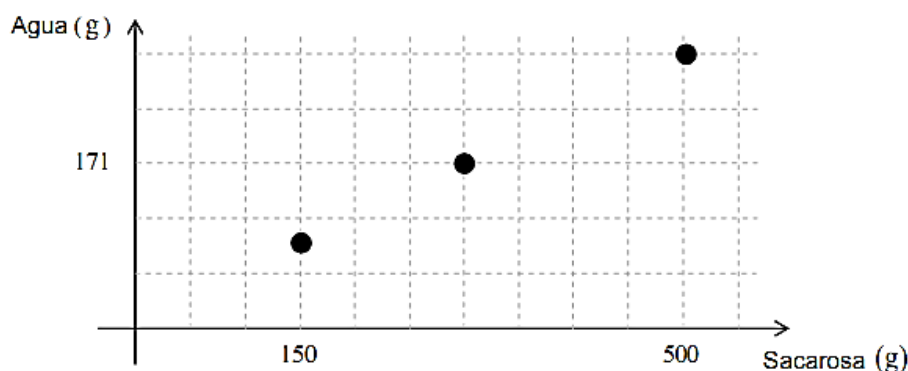
B)

P	Q
5	10
10	9
20	8



- 4) El azúcar de mesa, cuyo nombre químico es sacarosa, corresponde a un compuesto formado por carbono, hidrógeno y oxígeno.

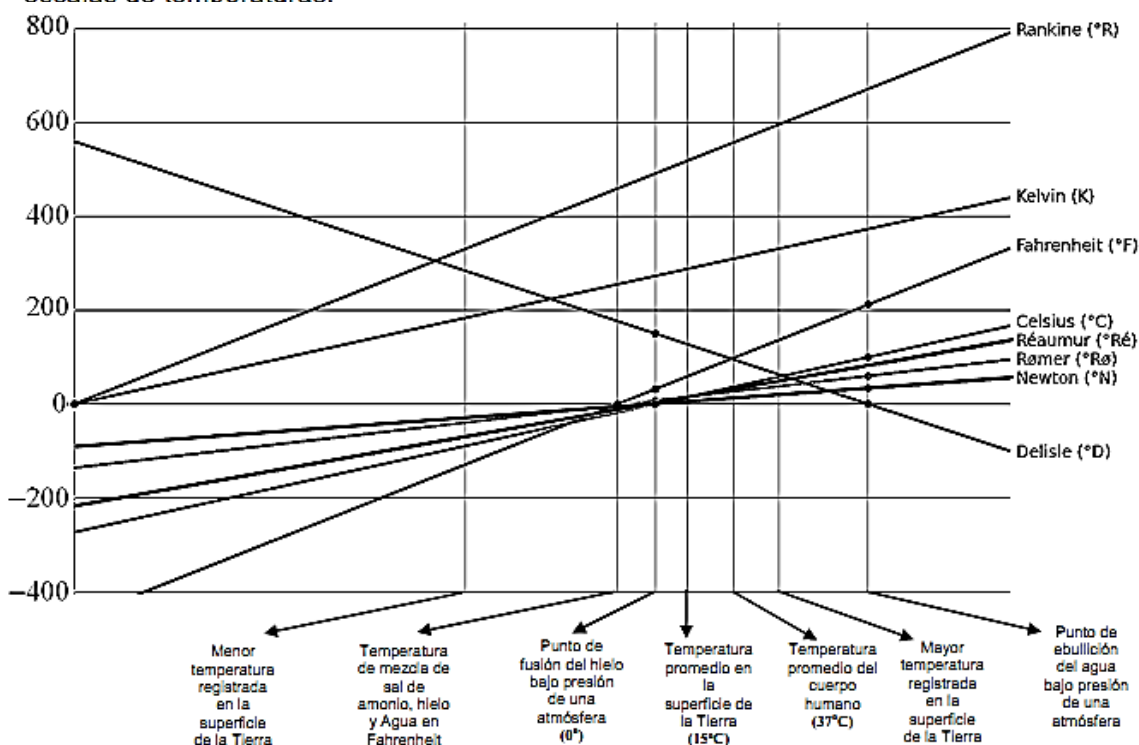
En un experimento hipotético se utiliza sacarosa para obtener agua de manera directamente proporcional a la masa de sacarosa utilizada. En la siguiente gráfica se relaciona la masa de agua obtenida en el experimento con varias masas de sacarosa.



¿Cuál de las siguientes expresiones representa la masa en gramos de sacarosa (S) necesarios para obtener cierta masa en gramos de agua (A)?

- A) $S = \frac{57}{100 \cdot A}$
 B) $S = \frac{57 \cdot A}{100}$
 C) $S = \frac{100 \cdot A}{57}$
 D) $S = \frac{100}{57 \cdot A}$

- 5) En el gráfico adjunto se presentan ciertas temperaturas medidas en distintas escalas de temperaturas.



La ecuación de equivalencia entre una escala de temperatura y otra es siempre una ecuación lineal, por ejemplo la ecuación $^{\circ}\text{F} = \frac{9}{5}^{\circ}\text{C} + 32$ es la ecuación de equivalencia entre grados Celsius y grados Fahrenheit.

Si la ecuación de equivalencia de grados Newton y grados Delisle es $^{\circ}\text{D} = a^{\circ}\text{N} + b$, ¿cuáles son los signos de a y b?

- A) $a > 0$ y $b > 0$
 B) $a > 0$ y $b < 0$
 C) $a < 0$ y $b > 0$
 D) $a < 0$ y $b < 0$

- 6) Considera la inecuación $\frac{4x}{5} - \frac{m}{6} < -\frac{1}{10} + \frac{2x}{3}$, en x , tal que m es un número real.

Si el conjunto solución de la inecuación es $]-\infty, -2[$, ¿cuál es el valor de m ?

- A) -1
 B) $-\frac{11}{5}$
 C) 1
 D) $-\frac{9}{5}$
- 7) Para probar la rapidez de dos computadores, se ejecuta un mismo algoritmo en ambos.

El computador A ejecuta el algoritmo en p segundos, mientras que el computador B lo ejecuta tres veces en $\frac{p}{2}$ segundos, demorándose lo mismo en cada ejecución.

Al ejecutar el algoritmo n veces seguidas en ambos computadores, el computador más rápido demora 60 segundos menos que el otro.

¿Cuál de las siguientes expresiones permite determinar el tiempo, en segundos, que demora el computador más lento en ejecutar el algoritmo?

- A) $\frac{72}{n}$
 B) $\frac{120}{n}$
 C) $72n$
 D) $120n$
- 8) Un total de q personas planea ir al cine, de las cuales x son adultos e y son niños. El valor de la entrada de un niño es $\$n$ y el valor para adultos es $\$m$, por lo que se pagarían $\$p$ por todas las entradas.

Si finalmente tres niños no asistieron al cine y el precio de la entrada de un adulto tenía un 30 % de descuento, pagándose $\$k$ por todas las entradas, ¿cuál de los siguientes sistemas representa la situación planteada?

- | | |
|---|---|
| <p>A) $\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,70mx + n(y - 3) = k \end{cases}$</p> | <p>C) $\begin{cases} x + (y - 3) = q \\ 0,70mx + n(y - 3) = p - k \end{cases}$</p> |
| <p>B) $\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,30mx + n(y - 3) = k \end{cases}$</p> | <p>D) $\begin{cases} x + (y - 3) = q - 3 \\ 0,30mx + n(y - 3) = p - k \end{cases}$</p> |

- 9) ¿Para qué valores de p y q , respectivamente, se cumple la igualdad $px + qx - 2p - 3q = 2x + 1$, para todo número real x ?

- A) 5 y -3
 B) 7 y -5
 C) $\frac{7}{5}$ y $\frac{3}{5}$
 D) 1 y -1

- 10) Si p , q y k son números reales, con q distinto de cero y k distinto de 0 y 1, ¿cuál de los siguientes sistemas en x e y no tiene solución?

A)
$$\begin{cases} x + y = p \\ kx + ky = kp \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x - y = k \\ x + y = k \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + y = q \\ kx + ky = q \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} y = k \\ x + y = k \end{cases}$$

- 11) ¿Cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones, en x e y , cumple que tiene infinitas soluciones para $a = 0$ y tiene solución única para $a \neq 0$?

A)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ ax + ay = a \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4ay = 2 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ ax + 2ay = 0 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} ax + ay = 1 \\ 2ax + y = 0 \end{cases}$$

- 12) El nivel de agua, en milímetros, en un estanque al abrir una llave de paso se modela mediante una función, cuya gráfica es una recta, con respecto al tiempo transcurrido en horas.

El nivel inicial del agua es cuatro veces el nivel que aumenta cada hora.

Si al cabo de una hora de abrir la llave, el nivel del agua es 500 mm, ¿cuál es el nivel del agua al cabo de cinco horas?

- A) 625 mm
B) 900 mm
C) 2100 mm
D) 2500 mm

- 13) Si m y n son las soluciones de la ecuación cuadrática $5x^2 + x - 5 = 0$, ¿cuál es

el valor de $\left(\frac{m+n}{mn}\right)^{-1}$?

- A) 5
B) $\frac{1}{5}$
C) $-\frac{1}{5}$
D) -1
E) -5

- 14) Una empresa que vende cubos de sal, vende paquetes de x cubos de lado 8 cm cada uno. El volumen de sal en cada paquete, como función de la cantidad de cubos que este contiene, x , corresponde a $f(x) = 8^3 x$.

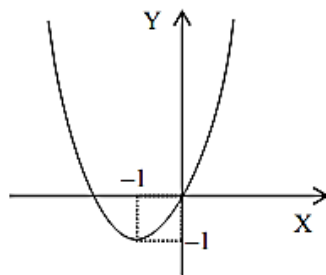
La empresa decide reducir el tamaño de los lados de los cubos de sal en 1 cm, manteniendo la cantidad de cubos por paquete.

¿Cuál de las siguientes funciones modela el volumen de sal, en cm^3 , que la empresa deja de incluir por paquete, en términos de la cantidad de cubos del paquete?

- A) $g(x) = 13^2 x$
B) $h(x) = 7^3 x$
C) $j(x) = x$
D) $k(x) = 8^3(x - 1)$
- 15) Considera el triángulo ABC, con $AB = BC = 12$ cm y sea x la medida, en cm, de la altura trazada desde el vértice B, la cual excede en 3 cm a la medida de \overline{AC} .

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite calcular x ?

- A) $2x^2 - 6x = 135$
B) $5x^2 + 6x = 567$
C) $2x^2 + 6x = 135$
D) $5x^2 - 6x = 567$
E) $5x^2 - 6x = 135$
- 16) La parábola de la figura representa la gráfica de la función f , con dominio el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = (x + 1)^2 - 1$.



Si a esta parábola se le aplica una reflexión con respecto al eje Y, luego una traslación según el vector $(0, 1)$, ¿cuál es la función que corresponde a la gráfica que se obtiene?

- A) $g(x) = x^2 + 1$
B) $h(x) = (x - 1)^2$
C) $t(x) = x^2 - 1$
D) $s(x) = (x - 1)^2 + 1$
E) $r(x) = (x + 1)^2 + 1$

- 17) Un estanque de altura b cm que se encuentra lleno de agua, comienza a perder agua de manera constante, sin llegar a vaciarse por completo.

La función p , con dominio $\left[0, \frac{-b^2}{a}\right]$, que modela la altura del agua que va

quedando en el estanque, medida en cm, está dada por $p(t) = \frac{a}{b}t + b$, tal que t es el tiempo transcurrido, medido en horas desde que el estanque comienza a perder agua.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa el tiempo t , en horas, que debe transcurrir para que la altura del agua que queda sea $\frac{2b}{3}$ cm?

- A) $-\frac{2b^2}{3a}$
B) $-\frac{b^2}{3a}$
C) $\frac{2b^2 - 3b}{3a}$
D) $\frac{4b^2}{3a}$

- 18) Si $-3 < a < 3$ y $1 < b < 8$, ¿cuál es el conjunto que contiene a todos y únicamente a los posibles valores de $\frac{a}{b}$?

- A) $] -3, 3[$
B) $] -2, 11[$
C) $] -3, \frac{3}{8}[$
D) $] 3, \frac{3}{8}[$

- 19) El ojo humano utiliza la pupila como un lente y las imágenes proyectadas se forman en la retina. La altura de la imagen que se forma en la retina h_1 , cumple la relación $h_1 = \frac{d_1 \cdot h_0}{d_0}$, tal que h_0 es la altura original del objeto observado, d_1 es la distancia entre la pupila y la retina, y d_0 es la distancia entre el objeto y la pupila.

Una persona observa una botella de 25 cm de alto y un tarro de café de 10 cm de alto, estos se encuentran a una distancia de 200 y 250 centímetros de la pupila de la persona, respectivamente. La altura de la imagen de la botella formada en la retina es h_B , mientras que la altura de la imagen del tarro de café formada en la retina es h_T .

Si al mirar ambos objetos, la distancia entre la pupila y la retina se mantiene constante, ¿cuál de las siguientes igualdades relaciona h_B con h_T ?

- A) $h_B = \frac{5}{2} \cdot h_T$
B) $h_B = \frac{25}{8} \cdot h_T$
C) $h_B = \frac{1}{2} \cdot h_T$
D) $h_B = 2 \cdot h_T$

20) Considera la ecuación $-px - qx = r$, en x .

¿Cuál de las siguientes condiciones garantiza que la ecuación tiene solución en el conjunto de los números reales positivos?

- A) $p < 0$ y $q < 0$
- B) $r > 0$
- C) $-p - q > 0$
- D) $-pr > qr$

21) Considera el sistema
$$\begin{cases} 30x + qy = 12 \\ px - 3y = 2 \end{cases}$$
, en x e y .

Si el sistema tiene infinitas soluciones, ¿cuál de los siguientes son los valores de p y q , respectivamente?

- A) 30 y 3
- B) 30 y -3
- C) 5 y -18
- D) -5 y 18

22) Isabel compró cierta cantidad de bandejas y de huevos. Al colocar n huevos en cada bandeja, le sobran m huevos y si colocaba p huevos en cada bandeja, le sobran q bandejas.

Si x representa la cantidad de bandejas de huevos e y la cantidad de huevos comprados por Isabel, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa la situación planteada?

A)
$$\begin{cases} nx + m = y \\ p(x - q) = y \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} nx + m = y \\ p(x + q) = y \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} nx - m = y \\ p(x - q) = y \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} nx + m = y \\ px - q = y \end{cases}$$

23) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones forma un sistema sin solución con la ecuación $y = \frac{1}{2}x + 5$?

- A) $y = \frac{1}{2}x + 5$
- B) $y = \frac{1}{2}x + 8$
- C) $y = 2x + 5$
- D) $y = -2x + 8$

- 24) ¿Cuál debe ser el valor de la constante k para que la gráfica de la función $f(x) = kx + 4$ forme con los semiejes positivos del sistema coordenado una región cuya área sea igual a 12?

A) $-\frac{3}{2}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $-\frac{4}{3}$

D) $-\frac{2}{3}$

E) 6

- 25) Bajo ciertas condiciones un automóvil recorre M kilómetros por cada litro de bencina.

Si estas condiciones se mantienen, ¿cuál de las siguientes funciones permite determinar el consumo de bencina del automóvil, en litros, y en términos de la cantidad x de kilómetros recorridos?

A) $g(x) = \frac{x}{M}$

B) $f(x) = Mx$

C) $h(x) = x^M$

D) $p(x) = M^x$

E) $q(x) = \frac{M}{x}$

- 26) En un laboratorio, bajo ciertas condiciones, se estudia un cultivo de bacterias cuya cantidad se puede modelar mediante la función $f(t) = -t^2 + 2t + 120$, en la cual $f(t)$ es la cantidad de bacterias que existen transcurridas t horas del inicio del cultivo.

¿En cuántas horas el cultivo deja de tener bacterias?

A) 6

B) 10

C) 12

D) 120

- 27) En la siguiente tabla se presentan algunos puntos que pertenecen a la gráfica de una función cuadrática.

x	y
0	0
1	5
2	20

Si el punto $(p, 80)$ es un punto de la gráfica de esta función, ¿cuál de los siguientes valores podría corresponder a p ?

A) 4

B) 6

C) $\frac{-5 + \sqrt{89}}{2}$

D) 32 000

- 28) ¿Qué valor o valores debe tomar k para que la ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$, en x , tenga una única solución?
- A) 6 o -6
 - B) 3 o -3
 - C) Solo 36
 - D) Solo 6
- 29) Si las raíces (o soluciones) de la ecuación $2x^2 + kx - k = 0$ son x_1 y x_2 , con $k \neq 0$, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $(x_1 + 1)(x_2 + 1)$?
- A) 1
 - B) $1 - k$
 - C) $1 + k$
 - D) $1 - \frac{k}{2}$
 - E) $\frac{k}{2}$
- 30) En un experimento, se modela la temperatura T en grados Celsius de un objeto mediante la función $T(t) = -4t^2 + 24t + 40$, tal que t es el tiempo transcurrido desde que se inició el experimento, en minutos.
- ¿A partir de los cuántos minutos la temperatura baja de 40°C ?
- A) 0
 - B) 2
 - C) 3
 - D) 6
- 31) Considera la ecuación $qx^2 + (q - 2)x - 2q - 1 = 0$, en x .
- ¿Para qué valor de q el producto de sus raíces es -4 ?
- A) $-\frac{2}{3}$
 - B) $\frac{2}{5}$
 - C) $\frac{1}{4}$
 - D) $\frac{1}{2}$

32) Considera la función f con dominio el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, tal que a , b y c son números reales y $a \neq 0$.

Si $f(p) < 0$ y $f(q) > 0$, tal que p y q son números reales, ¿cuál de las siguientes relaciones es **siempre** verdadera?

A) $b^2 - 4ac = 0$

B) $b^2 - 4ac > 0$

C) $a < 0$

D) $q > p$

33) Considera la función cuadrática f cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = bx^2 - 4$.

¿Cuál de los siguientes intervalos contiene a todos y únicamente los posibles valores de b , para los cuales la distancia entre los puntos de intersección de la parábola asociada a f con el eje X sea mayor que 4?

A) $]-\infty, 1[$

B) $]0, 1[$

C) $]0, \frac{1}{4}[$

D) $]-\infty, \frac{1}{4}[$

EJE GEOMETRÍA

- 1) El área de un triángulo equilátero de lado q cm es la cuarta parte del área de un cuadrado de lado p cm.

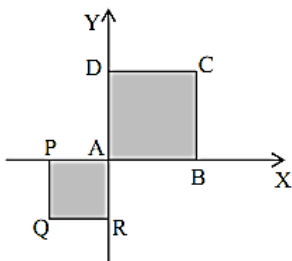
¿Cuál es el valor de $\frac{p}{q}$?

- A) $3^{\frac{1}{4}}$
 B) $\frac{3^4}{4}$
 C) 3^4
 D) $2^{\frac{1}{2}}$
- 2) Se desea pintar en una pared una superficie de forma triangular, cuya altura es de 500 centímetros y cuya base es de 700 centímetros. El encargado de realizar el pintado concluye que se necesitan dar tres manos de pintura para que quede bien el trabajo.

Los tarros de pintura se venden en formatos de medio galón y un galón. Cada galón rinde 40 m^2 .

¿Cuántos tarros necesita como mínimo para pintar la superficie triangular y que quede bien?

- A) Un tarro de medio galón.
 B) Un tarro de un galón.
 C) Tres tarros de un galón.
 D) Un tarro de un galón y un tarro de medio galón.
- 3) En la figura adjunta se presenta el cuadrado ABCD, al que se le aplica una homotecia, obteniéndose el cuadrado APQR, donde $P(-2, 0)$ es la imagen de $B(3, 0)$.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) La homotecia aplicada al cuadrado ABCD es equivalente a una rotación de 180° con respecto al centro de homotecia.
 B) Si k es la razón de homotecia, entonces k pertenece al intervalo $0 < k < 1$.
 C) Si k es la razón de homotecia y se considera el punto $D(0, y)$, entonces las coordenadas de su imagen R son $(0, ky)$.
 D) La razón de homotecia k es $-\frac{3}{2}$.
- 4) Un segmento, de 20 cm de longitud, de una arteria ubicada cerca del corazón se puede aproximar, de forma teórica, a un cilindro de 6 mm de diámetro interior.

Considerando esta aproximación teórica, ¿cuál es el volumen de sangre que contiene este segmento de arteria?

- A) $1,8\pi \text{ cm}^3$
 B) $7,2\pi \text{ cm}^3$
 C) $312\pi \text{ cm}^3$
 D) $720\pi \text{ cm}^3$

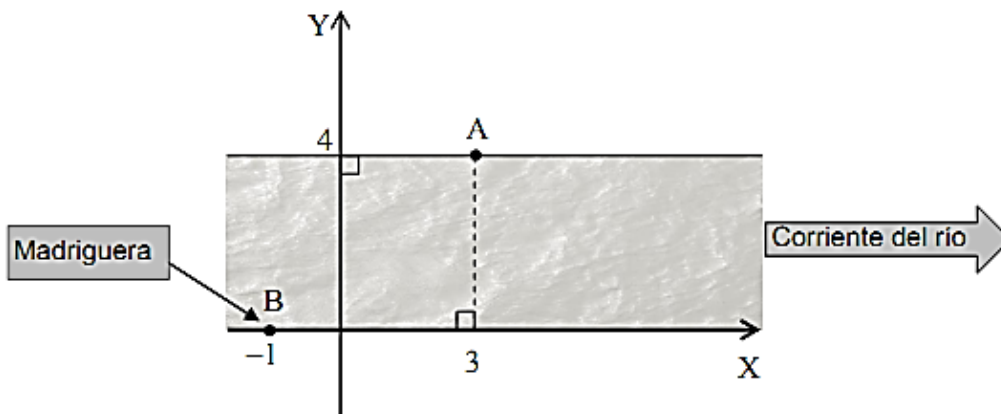
- 5) Considera los números reales a y b distintos de cero y c un número real negativo.

Si el vector (a, b) está en el segundo cuadrante del plano cartesiano, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El vector $(a + c, b + c)$ está en el tercer cuadrante.
 B) El vector $c(a, b)$ está en el primer cuadrante.
 C) El vector $(a - c, b)$ está en el segundo cuadrante.
 D) El vector $(a, -cb)$ está en el tercer cuadrante.
 E) El vector $(b, a + c)$ está en el cuarto cuadrante.
- 6) Al punto $C(-1, 7)$ se le aplica una traslación según el vector $(-2, -3)$ y luego al punto trasladado se le aplica una rotación en 90° con centro en el origen y en sentido antihorario, obteniéndose un nuevo punto.

¿Cuáles son las coordenadas de este último punto obtenido?

- A) $(3, 4)$
 B) $(4, 3)$
 C) $(-4, 3)$
 D) $(-4, -3)$
 E) $(4, -3)$
- 7) Una nutria está intentando cruzar un río desde el punto A hasta llegar a su madriguera en el otro lado del río en el punto B . Sin embargo, la corriente del río la desplaza constantemente en la dirección que indica la figura adjunta.



Si la corriente del río desplazará a la nutria según el vector $\vec{v} = (r, 0)$, con $r > 0$, ¿cuál de los siguientes vectores indica la dirección que debe tomar la nutria desde el punto A para llegar a su madriguera?

- A) $\vec{n} = (-4, -4)$
 B) $\vec{m} = (-4, -4 - r)$
 C) $\vec{q} = (-4 - r, -4)$
 D) $\vec{s} = (-4 - r, -4 - r)$

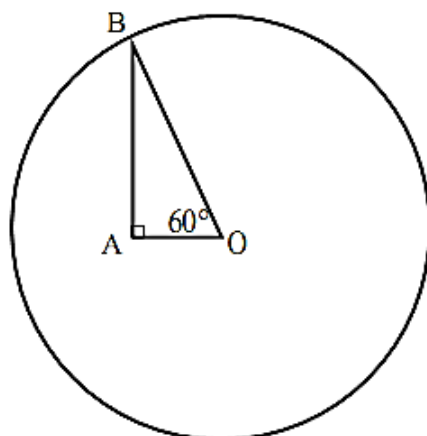
8) Considera los vectores $\vec{v} = (a, b)$ y $\vec{u} = (c, d)$, con a, b, c y d números reales.

Si $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, ¿cuál de las siguientes relaciones permite deducir que el vector \vec{w} se encuentra en el primer cuadrante?

- A) $a < c$ y $b < d$
 - B) $a > c$ y $b > d$
 - C) $ac > 0$ y $bd > 0$
 - D) $a > b > c > d > 0$
 - E) $a = b = c = d$
- 9) ¿Cuál es el área del triángulo de vértices $A(p, 2p)$, $B(p-2, 2p)$ y $C(p-2, p)$, con p un número real negativo?

- A) $\frac{(p-2) \cdot 2p}{2}$
- B) $\frac{(p-2) \cdot p}{2}$
- C) $-p$
- D) $-2p$
- E) $(p-2) \cdot 2$

10) En la figura adjunta se representa a un triángulo rectángulo de modo que uno de sus vértices O coincide con el centro de una circunferencia con radio 6 cm y el otro vértice B está sobre la circunferencia.



Se realiza el siguiente procedimiento para determinar la longitud de \overline{OA} , cometiéndose un error:

Paso 1: se plantea la ecuación $\cos 60^\circ = \frac{AB}{OB}$.

Paso 2: se reemplaza en la ecuación y se obtiene $\frac{1}{2} = \frac{AB}{6}$, lo cual equivale a $AB = 3$.

Paso 3: se aplica el teorema de Pitágoras, obteniéndose $9 + OA^2 = 36$.

Paso 4: se resuelve la ecuación para concluir que \overline{OA} mide $\sqrt{27}$ cm.

¿En cuál de los pasos se cometió el error?

- A) En el Paso 1
- B) En el Paso 2
- C) En el Paso 3
- D) En el Paso 4

- 11) Considera un círculo de radio R cm, un cuadrado de lado P cm y un triángulo que tiene un lado de medida P cm y la altura correspondiente a este lado es H cm.

Si las áreas de estas figuras son iguales, ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) $H < P < R$
- B) $H < R < P$
- C) $R < H < P$
- D) $P < H < R$
- E) $R < P < H$

- 12) El largo de un rectángulo se aumenta en su 30 % y el ancho se disminuye en su 20 % obteniéndose un nuevo rectángulo.

¿En qué porcentaje varió el área del nuevo rectángulo con respecto al área del rectángulo original?

- A) 50 %
- B) 10 %
- C) 4 %
- D) 6 %

- 13) Considera dos esferas A y B de volúmenes V_A y V_B , y de radios r_A y r_B , respectivamente.

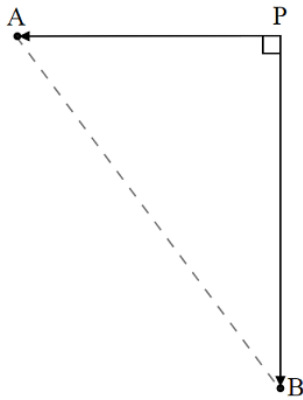
Los volúmenes y los radios de cada esfera están relacionados de la siguiente manera:

$$r_A = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_A} \quad \text{y} \quad r_B = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_B}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) El diámetro de la esfera A es $\sqrt[3]{\frac{3}{\pi} V_A}$.
- B) La suma de ambos radios es $\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} (V_A + V_B)}$.
- C) El cociente entre los radios es $\frac{r_A}{r_B} = \sqrt[3]{\frac{V_A}{V_B}}$.
- D) El producto de ambos radios es $\left(\frac{3}{4\pi} V_A \cdot V_B\right)^{\frac{2}{3}}$.

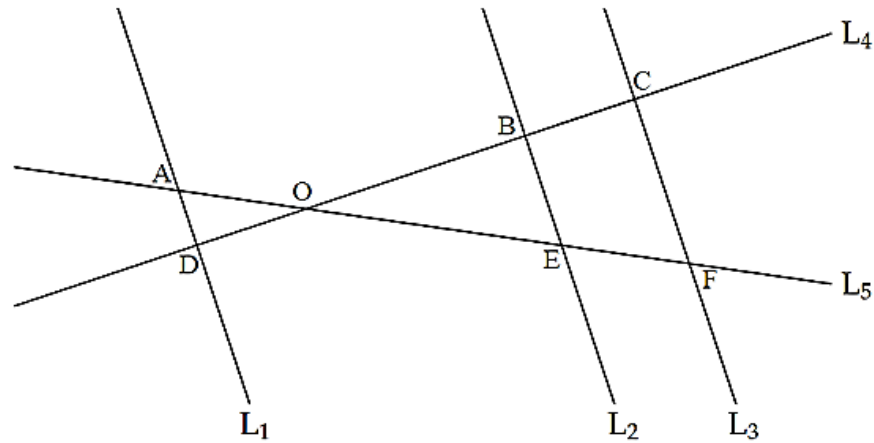
- 14) Dos automóviles, A y B, que están simultáneamente en el punto P tienen que realizar un viaje en línea recta, el automóvil A lo hace con una rapidez constante de $60 \frac{\text{kilómetros}}{\text{hora}}$ y el automóvil B con una rapidez constante de $80 \frac{\text{kilómetros}}{\text{hora}}$, lo que se representa en la figura adjunta.



Si ambos parten al mismo tiempo, ¿cuál de las siguientes funciones modela la relación de la distancia entre A y B, en kilómetros, en función del tiempo t , en horas, tal que t pertenece al intervalo $[0, \infty[$?

- A) $m(t) = 10t$
 B) $g(t) = 100t$
 C) $n(t) = 100t^2$
 D) $p(t) = 1000t$
 E) $q(t) = 140t$
- 15) Considera un triángulo cuya área es 39 cm^2 y su altura es 7 cm mayor que la medida de su base respectiva.
- Si b representa la medida de la base, en cm , ¿cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar su valor?
- A) $b^2 - 7b + 78 = 0$
 B) $b^2 + 7b + 78 = 0$
 C) $b^2 - 7b - 78 = 0$
 D) $b^2 + 7b - 78 = 0$
- 16) Una persona construye un tipo de caja en forma de prisma recto con base rectangular. El área total de la caja es $A \text{ cm}^2$.
- Esta persona quiere construir un nuevo tipo de caja, de tal forma que sus caras sean semejantes a las caras de la caja original con razón de semejanza k .
- ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de la caja nueva?
- A) $k \cdot A \text{ cm}^2$
 B) $\sqrt{k} \cdot A \text{ cm}^2$
 C) $(A + 6k^2) \text{ cm}^2$
 D) $k^2 \cdot A \text{ cm}^2$

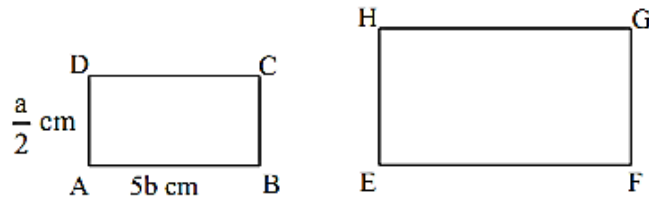
- 17) Considera las rectas L_1, L_2, L_3, L_4 y L_5 , tal que $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$, A, B, C, D, E, F y O son los puntos de intersección de estas, $BE = 2AD$ y $CF = 3AD$, como se presenta en la figura adjunta.



¿Cuál de las siguientes relaciones es **siempre** verdadera?

- A) $AO : AE = DO : DB$
- B) $AD : AO = EB : BO$
- C) $OB : BC = 2 : 3$
- D) $AO : OE = 2 : 1$

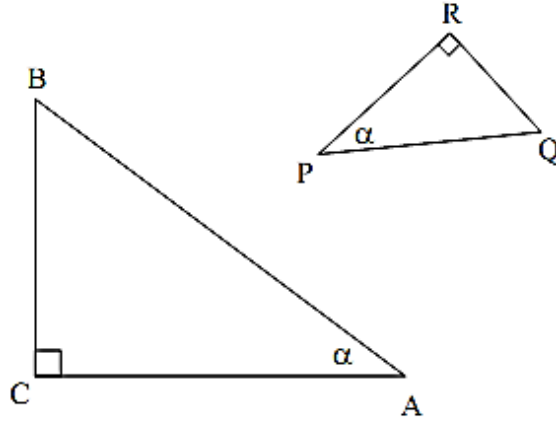
- 18) En la figura los rectángulos $ABCD$ y $EFGH$ son semejantes y $\frac{AD}{EH} = \frac{2}{3}$.



¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área del rectángulo $EFGH$?

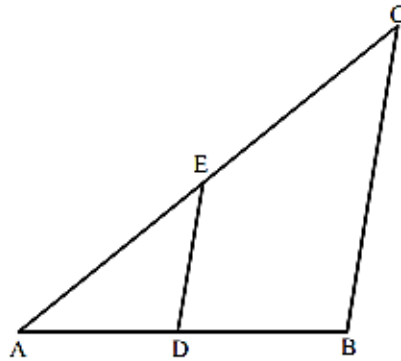
- A) $\frac{15ab}{4} \text{ cm}^2$
- B) $\frac{10ab}{9} \text{ cm}^2$
- C) $\frac{45ab}{2} \text{ cm}^2$
- D) $\frac{5ab}{3} \text{ cm}^2$
- E) $\frac{45ab}{8} \text{ cm}^2$

- 19) El triángulo ABC de la figura adjunta es rectángulo en C, $BC = 9$ cm y $AB = 15$ cm.



Si los triángulos ABC y PQR son semejantes y $PR = 3$ cm, ¿cuánto mide la hipotenusa del triángulo PQR?

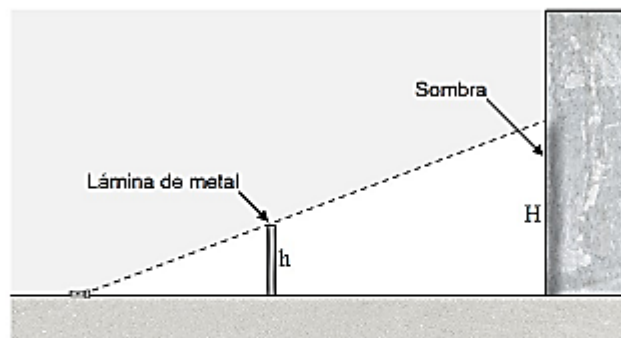
- A) 2,25 cm
 B) 3,75 cm
 C) 4 cm
 D) 5 cm
- 20) En el triángulo ABC de la figura adjunta los puntos D y E pertenecen a los lados \overline{AB} y \overline{AC} , respectivamente, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $BC = p$, $DE = m$ y $AD = n$.



Si se consideran todas las medidas de los segmentos en centímetros, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** la medida de \overline{DB} ?

- A) $\frac{np}{m}$
 B) $\frac{n(p-m)}{m}$
 C) $\frac{n(m-p)}{m}$
 D) $\frac{pm-n^2}{m}$
 E) $\frac{n^2-pm}{n}$

- 21) La relación de homotecia entre la altura de la sombra de una lámina de metal proyectada en una pared y la altura de la lámina de metal se modela por la expresión $H = kh$, con k la razón de homotecia, tal como se representa en la figura adjunta.



Si la razón de homotecia es 2,5 y la altura de la sombra es de 500 cm, ¿cuál es la altura de la lámina de metal?

- A) 1250 cm
 B) 200 cm
 C) 150 cm
 D) 100 cm
- 22) Considera un triángulo ABC tal que las coordenadas del vértice A son $(3, -4)$.

Al triángulo ABC se le aplica una homotecia con centro en el punto $(1, -1)$ y razón -2 obteniéndose el triángulo PQR, tal que P es la imagen de A y Q es la imagen de B.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Las coordenadas de P son $(-1, 6)$.
 B) El área del triángulo PQR es el doble del área del triángulo ABC.
 C) El segmento AB es paralelo al segmento PQ.
 D) El triángulo PQR está en el cuarto cuadrante.
- 23) A un cuadrado ubicado en el primer cuadrante del plano cartesiano se le aplica una homotecia de razón r , con centro en el origen del plano cartesiano, obteniéndose un cuadrado en el primer cuadrante.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

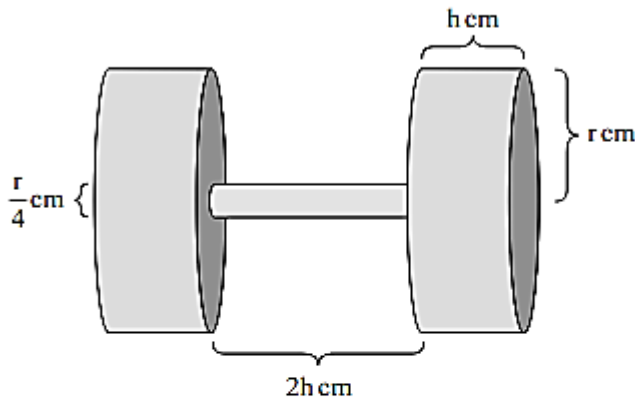
- A) La razón de homotecia es positiva.
 B) El perímetro del nuevo cuadrado es mayor que el original.
 C) El área del nuevo cuadrado es mayor que el original.
 D) Los perímetros de ambas figuras no pueden ser iguales.

- 24) Considera los vectores \vec{u} y $\vec{v} = (p, q)$ en un plano cartesiano tal que $c\vec{u} + \vec{v} = (5, 3)$, con c un número real mayor que uno.

¿Cuáles son las coordenadas de \vec{u} , en función de p , q y c ?

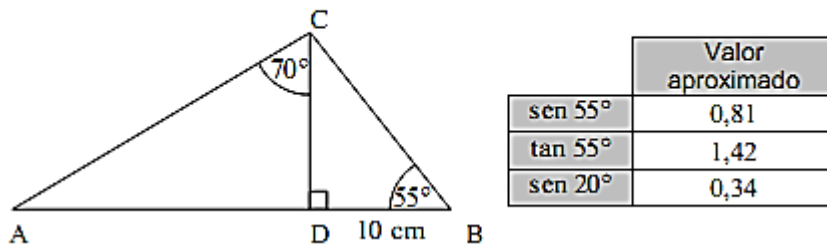
- A) $(5 - cp, 3 - cq)$
 B) $\left(\frac{5}{c} - p, \frac{3}{c} - q\right)$
 C) $(5c - p, 3c - q)$
 D) $\left(\frac{5}{c} - p, 3c - q\right)$
 E) $\left(\frac{5 - p}{c}, \frac{3 - q}{c}\right)$

- 25) Una empresa dedicada a la producción de elementos para el deporte ha diseñado un nuevo modelo de mancuerna. Cada mancuerna tiene un cilindro central de diámetro $\frac{r}{4}$ y dos cilindros laterales de radio r , como se presenta en la imagen adjunta:



¿Cuál es la expresión que representa el volumen de la mancuerna?

- A) $\frac{5\pi r^2 h}{2} \text{ cm}^3$
 B) $\frac{65\pi r^2 h}{32} \text{ cm}^3$
 C) $\frac{33\pi r^2 h}{16} \text{ cm}^3$
 D) $\frac{9\pi r^2 h}{4} \text{ cm}^3$
- 26) Considera el triángulo ABC y la tabla con algunos valores aproximados de razones trigonométricas de la figura adjunta.



Para aproximar la medida del lado \overline{AB} con los datos de la tabla, se realizan los siguientes pasos, cometiendo un error:

Paso 1: se calcula la medida del segmento CD resolviendo la ecuación

$$1,42 = \frac{CD}{10}, \text{ obteniendo } CD = 14,2 \text{ cm.}$$

Paso 2: se calcula la medida del segmento CB resolviendo la ecuación

$$0,81 = \frac{14,2}{CB}, \text{ obteniendo aproximadamente } 17,53 \text{ cm.}$$

Paso 3: se calcula la medida de $\sphericalangle BAC$ resolviendo la ecuación $\sphericalangle BAC + 70^\circ = 90^\circ$, obteniendo $\sphericalangle BAC = 20^\circ$.

Paso 4: se calcula la medida del segmento AB resolviendo la ecuación

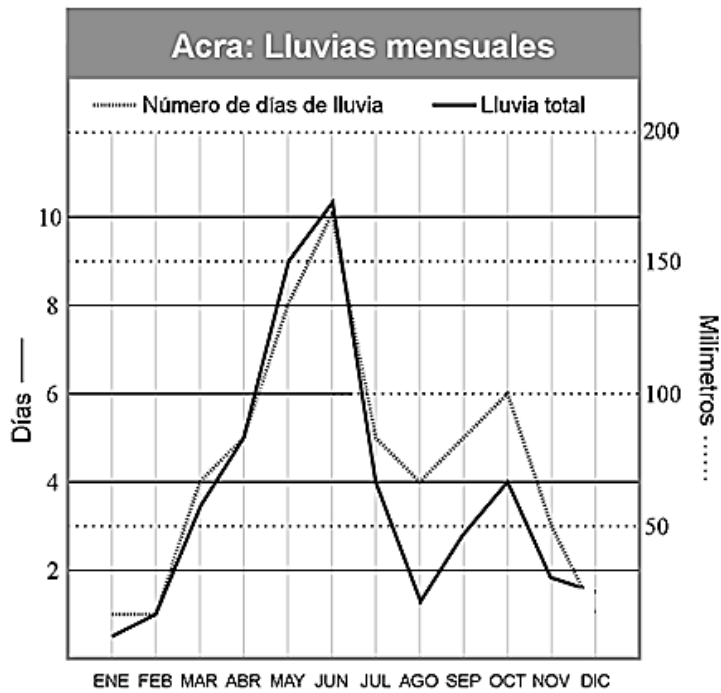
$$0,34 = \frac{17,53}{AB}, \text{ obteniendo aproximadamente } 51,55 \text{ cm.}$$

¿En cuál de los pasos se cometió el error?

- A) En el paso 1
 B) En el paso 2
 C) En el paso 3
 D) En el paso 4

EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

- 1) En el gráfico adjunto se presenta la cantidad de días de lluvia y la cantidad de milímetros de agua lluvia registrada en cada uno de los doce meses de un año, en cierto lugar.

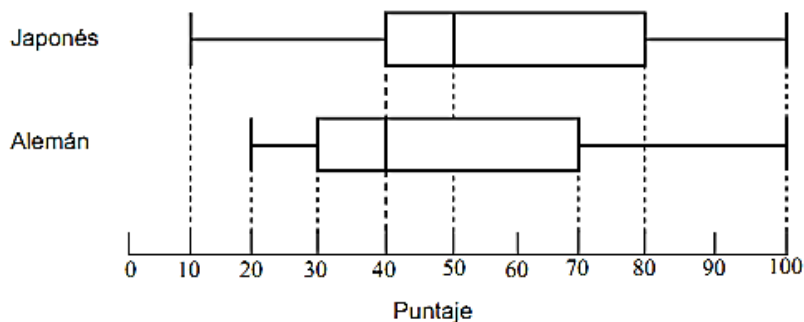


Adaptado de *Ghana: Economía y demografía, por Datosmacro, 2023*, (<https://datosmacro.expansion.com/paises/ghana>).

Se define el "índice de lluvia diaria" de cada mes como el cociente entre la cantidad de milímetros de agua lluvia de un mes y la cantidad de días que llovió ese mes.

Según el gráfico, ¿en cuál mes se presentó el mayor índice de lluvia diaria?

- A) Mayo
 B) Junio
 C) Agosto
 D) Octubre
- 2) En un instituto de idiomas se aplicó un examen de 100 puntos a los estudiantes de japonés y a los estudiantes de alemán. Los resultados obtenidos por ambos grupos se representan a continuación:



¿Cuál de los siguientes argumentos es válido?

- A) La mediana de los puntajes de los estudiantes de japonés es mayor que la mediana de los puntajes de los estudiantes de alemán, porque el nivel de exigencia del examen de japonés fue de un 50 % y el de alemán fue de un 40 %.
- B) El rango intercuartil de los puntajes de los estudiantes de alemán es 40 puntos, porque tal valor corresponde a la resta entre el puntaje máximo y el mínimo y lo anterior dividido por dos.
- C) En ambos exámenes se obtuvo el puntaje máximo, porque la mayor cantidad de estudiantes de ambos grupos obtuvo 100 puntos.
- D) El rango intercuartil de los puntajes de los estudiantes de japonés y el de los estudiantes que estudiaron alemán son iguales, porque para ambos grupos la diferencia entre el tercer cuartil y el primer cuartil es igual.

- 3) En las siguientes tablas se presentan las edades de un grupo de niñas y un grupo de niños que asisten a un centro pediátrico.

Grupo de niñas	
Edad en años	Frecuencia
3	10
4	10
5	10

Grupo de niños	
Edad en años	Frecuencia
8	10
9	10
10	10

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera respecto a las edades de los grupos?

- A) Tienen la misma desviación estándar y el mismo promedio.
 B) Tienen la misma desviación estándar, pero distinto promedio.
 C) Tienen el mismo promedio, pero distinta desviación estándar.
 D) Tienen distinto promedio y distinta desviación estándar.
- 4) En la tabla adjunta se presenta la cantidad de estudiantes de dos cursos que rindieron una prueba de historia en dos horarios distintos.

	Horario 1	Horario 2
Cantidad de estudiantes del curso A	x	2x
Cantidad de estudiantes del curso B	2y	y
Promedio de notas obtenidas en la prueba por los estudiantes de cada horario	p	q

¿Cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** el promedio general obtenido en la prueba considerando a todos los estudiantes?

- A) $\frac{(x+2y)p+(2x+y)q}{3(x+y)}$
 B) $\frac{(x+2x)p+(2y+y)q}{3(x+y)}$
 C) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p}{x+2y} + \frac{q}{2x+y} \right)$
 D) $\frac{(x+2y)q+(2x+y)p}{3(x+y)}$
- 5) Considera dos sucesos independientes entre sí. El suceso A ocurre con probabilidad 0,6, mientras que la probabilidad de que ocurra simultáneamente con el suceso B es 0,3.

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso B?

- A) 0,18
 B) 0,30
 C) 0,50
 D) 0,90

6) Un naípe de 40 cartas tiene las siguientes características:

- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \heartsuit de color rojo.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \spadesuit de color rojo.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \clubsuit de color negro.
- 10 cartas numeradas del 1 al 10, con el símbolo \diamondsuit de color negro.

Un juego consiste en que un jugador extrae una carta al azar y gana si la carta es un número primo y el símbolo es de color rojo.

¿Cuál es la probabilidad de que el jugador gane?

- A) $\frac{1}{5}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{1}{10}$
- D) $\frac{3}{20}$

7) En una caja se tienen 17 bolitas, del mismo tipo, numeradas del 1 al 17.

Si se extraen, sin reposición, 4 bolitas al azar, ¿cuál es la probabilidad de obtener 4 números impares?

- A) $\left(\frac{9}{17}\right)^4$
- B) $\left(\frac{1}{9}\right)^4$
- C) $4 \cdot \frac{9}{17}$
- D) $4 \cdot \frac{1}{9}$
- E) $\frac{9}{170}$

8) En un curso se rifan dos premios, para lo que se vendieron exactamente 30 números. El primer número extraído al azar se lleva el primer premio y el segundo número extraído al azar se lleva el segundo premio. Pedro compró dos números de la rifa.

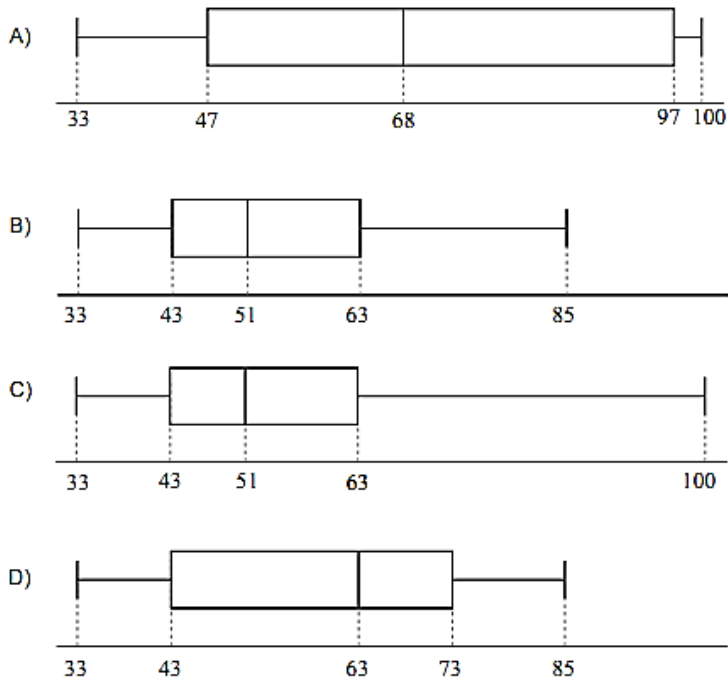
Si el sorteo es sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que Pedro gane los dos premios?

- A) $\frac{1}{15}$
- B) $\frac{1}{435}$
- C) $\frac{1}{900}$
- D) $\frac{1}{450}$

- 9) En la siguiente tabla se presentan ordenados los puntajes obtenidos en una prueba de inglés por un grupo de estudiantes que buscaban eximirse de esa asignatura.

33	34	35	38	43	43	43	45	47	47
51	51	51	57	58	63	63	63	63	68
73	75	80	85	91	92	93	95	97	97
98	98	98	98	100	100	100	100	100	100

Si para eximirse de inglés se requiere al menos 90 puntos en la prueba, ¿cuál de los siguientes diagramas de cajón representa mejor los puntajes de los estudiantes que no lograron eximirse?



- 10) Considera los datos g_1, g_2, g_3, g_4 y g_5 cuyo rango es cero.

¿Cuál es la desviación estándar de los datos $g_1 - 2, g_2 - 2, g_3, g_4 + 1$ y $g_5 + 3$?

- A) $\frac{18}{5}$
- B) $\frac{8}{5}$
- C) $3 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$
- D) $2 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$

- 11) Una baraja de naipes posee 4 tipos distintos de cartas (A, B, C, D) con la misma cantidad de cartas de cada tipo.

Si en la baraja de m cartas en total se extrae al azar solo dos de ellas, una después de la otra sin devolución, ¿cuál es la probabilidad de que estas sean del tipo B?

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{4} + \left(\frac{\frac{m}{4} - 1}{m - 1}\right)$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\frac{m}{4} - 1}{m - 1}\right)$

- 12) Se tienen dos urnas, A y B, las cuales contienen bolitas del mismo tipo. La urna A contiene x bolitas en total, de las cuales m bolitas son azules, mientras que la urna B, contiene y bolitas en total, de las cuales n son azules.

Si se extrae una bolita al azar de cada urna, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la probabilidad de que ninguna de las bolitas sea de color azul?

- A) $\frac{(x - m)}{x} \cdot \frac{(y - n)}{y}$
- B) $1 - \frac{m}{x} \cdot \frac{n}{y}$
- C) $1 - \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n}$
- D) $\frac{1 - m}{x} \cdot \frac{1 - n}{y}$

- 13) Paulina compró un candado para asegurar el casillero que le ofrecieron en su colegio. El candado tiene tres casillas y en cada una de ellas se puede escoger entre los dígitos de cero a nueve para formar una clave numérica.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa la cantidad total de claves numéricas, entre las que Paulina puede escoger?

- A) $\left((10)^{10}\right)^{10}$
- B) 3^{10}
- C) $3 \cdot 10$
- D) 10^3

- 14) En una empresa los productos que son devueltos por defectuosos se separan en dos: los que tienen menos de una semana de uso y los que se devuelven después de la semana de uso. Los dos tipos de productos se mandan a áreas de reparación distintas.

La gerencia de la empresa quiere saber cuál es la probabilidad de que el producto devuelto lo haya sido antes de la primera semana de uso y que este tenga reparación.

Para ello se sabe que:

- La probabilidad de que el producto devuelto lo haya sido antes de la primera semana de uso es N .
- La probabilidad de que el producto tenga reparación, dado que fue devuelto antes de la primera semana de uso es M .

¿Cuál de los siguientes modelos tiene que usar la gerencia para calcular la probabilidad que busca?

- A) $\frac{M}{N}$
B) $M \cdot N$
C) $\frac{N}{M}$
D) $M + N$

- 15) Considera los dígitos 0, 1, 2 y 4.

¿Cuántos números de tres cifras en total que sean múltiplo de 5 se pueden formar con estos dígitos?

- A) $4 \cdot 3 \cdot 2$
B) $3 \cdot 4 \cdot 4$
C) $4 \cdot 4 \cdot 1$
D) $3 \cdot 4 \cdot 1$

- 16) Un niño tiene 6 dulces, todos de distintos sabores.

¿Cuántos grupos de dos dulces puede formar?

- A) 11
B) 12
C) 15
D) 36

- 17) Considera 5 cartas numeradas del 1 al 5 que están boca abajo. Se revuelven y se forma una fila.

Si se dan vuelta las cartas de una en una, desde la izquierda a la derecha, ¿cuál es la probabilidad de que aparezca el 1 antes que el 5?

- A) $\frac{1}{20}$
B) $\frac{3}{20}$
C) $\frac{1}{120}$
D) $\frac{1}{2}$
E) $\frac{1}{5}$

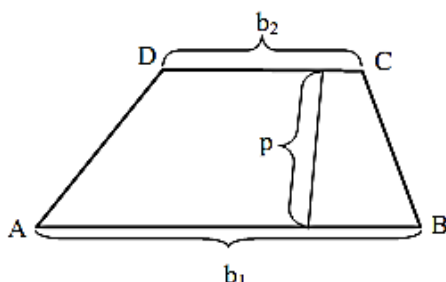
SUFICIENCIA DE DATOS

- 1) Considera la función f , cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = ax^2 + 3x + c$, con a y c números reales distintos de cero.

Se puede determinar que la gráfica de f no interseca al eje X , si se sabe que:

$$(1) \quad a = c$$
$$(2) \quad a \in \left] \frac{3}{2}, \infty \right[$$

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional
- 2) Considera el siguiente cuadrilátero:



Se puede determinar que el área del cuadrilátero ABCD es $\frac{(b_1 + b_2)p}{2}$, si se sabe que:

$$(1) \quad \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$
$$(2) \quad b_1 + b_2 = 2p$$

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional
- 3) Sin conocer las notas que obtuvieron las personas de un curso en una prueba, es posible asegurar que al menos el 50 % de los estudiantes obtuvo nota superior a 5,2, si se sabe que:

$$(1) \quad \text{el promedio es } 5,2.$$
$$(2) \quad \text{la mediana es } 5,3.$$

- A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

4) Se puede determinar la varianza de las edades de un grupo de 30 personas mayores de 15 años, si se conoce:

- (1) la varianza que tenían las edades del grupo hace 3 años.
- (2) el promedio y el rango de las edades del grupo.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

5) Considera a , b y c números racionales, con a y c distintos de cero.

Se puede determinar que $a^b \cdot c^b = 1$, si se sabe que:

- (1) b es cero.
- (2) a es el inverso multiplicativo de c .

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

6) Una persona va a comprar 2 relojes del mismo tipo y 3 novelas iguales. Dos tiendas tienen los mismos precios, tanto para estas novelas como para este tipo de reloj, pero con distintas promociones: la primera tienda tiene un 20 % de descuento en el precio de este tipo de reloj y un 10 % de descuento en el precio de estas novelas, mientras que la segunda tienda ofrece un descuento de un 25 % en el precio de este tipo de reloj y un 2,5 % de descuento en el precio de estas novelas.

Se puede determinar el valor sin descuento de dos de estos relojes y el valor sin descuento de tres de estas novelas, si se sabe que:

- (1) el total de la compra sin descuento sería de \$75 000 .
- (2) en ambas tiendas pagaría lo mismo con los descuentos incluidos.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

- 7) En Chile existe el registro social de hogares que clasifica a los hogares en tramos que van de menor a mayor ingreso per cápita por hogar.

En el tramo uno está el 40 % de los hogares con menor ingreso, en el tramo dos se agrupa al 10 % siguiente con menores ingresos, el tramo tres son los que están en el siguiente 10 % y así hasta llegar al tramo siete, en el que está el 10 % de los hogares que tienen mayores ingresos.

Se puede conocer el tramo de un hogar en particular, si se sabe que:

- (1) el ingreso del hogar está sobre el percentil 10.
- (2) el ingreso del hogar está por debajo del cuartil 1.

- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional
- 8) Los estudiantes de un cuarto medio compuesto por hombres y mujeres, seleccionarán una comisión para integrar el grupo de debate que representará al colegio en una competencia. Dicha comisión debe estar conformada por M personas, de tal manera que exactamente P de ellas deben ser mujeres y exactamente Q deben ser hombres.

Se puede determinar la cantidad de comisiones que se pueden formar con los estudiantes de este cuarto medio, si se sabe:

- (1) el valor de M y el total de mujeres del cuarto medio.
- (2) el valor de P y Q.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional